Matematica 2 per Chimica, Steger
Esempio di $d \operatorname{sen} t/dt = \cos t$

Fissiamo $t_0 = 2{,}5$. Tutti i cambiamenti di t (scritti Δt) sono misurati relativi a t_0. Tutti i cambiamenti di $\operatorname{sen}(t)$ (scritti $\Delta(\operatorname{sen} t)$) sono misurati relativi a $\operatorname{sen}(t_0)$.

t	$\operatorname{sen}(t)$	Δt	$\Delta(\operatorname{sen} t)$	$\dfrac{\Delta(\operatorname{sen} t)}{\Delta t}$
2,500	0,5984721441	0,000	0,0000000000	NON ESISTE
2,501	0,5976707013	0,001	−0,0008014428	−0,8014428000
2,502	0,5968686609	0,002	−0,0016034832	−0,8017416000
2,503	0,5960660237	0,003	−0,0024061204	−0,8020401333
2,504	0,5952627904	0,004	−0,0032093537	−0,8023384250
2,505	0,5944589618	0,005	−0,0040131823	−0,8026364600
2,506	0,5936545387	0,006	−0,0048176054	−0,8029342333
2,507	0,5928495220	0,007	−0,0056226221	−0,8032317285
2,508	0,5920439125	0,008	−0,0064282316	−0,8035289500
2,509	0,5912377109	0,009	−0,0072344332	−0,8038259111
2,510	0,5904309181	0,010	−0,0080412260	−0,8041226000

Si vede che per Δt piccolo,

$$\frac{\Delta(\operatorname{sen} t)}{\Delta t} \approx -0{,}801 \qquad \text{cioè} \qquad \Delta(\operatorname{sen}(t)) \approx (-0{,}801)(\Delta t)$$

Il calcolo differenziale dice:

$$\Delta(\operatorname{sen}(t)) \approx (\cos t_0)\,(\Delta t)$$

è effettivamente

$$\cos(2{,}5) = -0{,}8011436155 \tag{1}$$

La formula del calcolo differenziale è:

$$\operatorname{sen}(t_0+\Delta t)-\operatorname{sen}(t_0) = \Delta(\operatorname{sen} t) \approx \left.\frac{d(\operatorname{sen} t)}{dt}\right|_{t=t_0} \Delta t \qquad \text{quando } |t| \ll 1$$

e più in generale

$$f(t_0+\Delta t)-f(t_0) = \Delta f \approx \left.\frac{df}{dt}\right|_{t=t_0} \Delta t \qquad \text{quando } |t| \ll 1$$

cioè:

$$\left.\frac{df}{dt}\right|_{t=t_0} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(t_0+\Delta t)-f(t_0)}{\Delta t} \qquad \text{quando } 0 < |t| \ll 1 \tag{2}$$

1. Aggiungere alla tabella righe per $\Delta t = 0{,}0002$, $\Delta t = 0{,}0004$, $\Delta t = 0{,}0006$, e $\Delta t = 0{,}0008$. Sembra corretta la derivata data in (1)?

2. Aggiungere alla tabella righe per $\Delta t = 0{,}0001$, $\Delta t = 0{,}00001$, $\Delta t = 0{,}000001$, e e $\Delta t = 0{,}0000001$. Sembra corretta la derivata data in (1)? Per quale valore di Δt funziona meglio quella derivata?

3. Controllare che l'equazione (2) è la solita definizione della derivata, a meno di cambiamenti di notazione.

4. Rifare la tabella con $\operatorname{sen}(t)$ al posto di $\cos(t)$, e controllare che la derivata $d\cos(t)/dt = -\operatorname{sen} t$ funziona.